教科書を活用した指導のポイント集

～平成 31 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学編～

平成 31 年度 全国学力・学習状況調査について …… 1

問題別　教科書との関連と指導のポイント

数学 1 …… 2
数学 2 …… 3
数学 3 …… 4
数学 4 …… 5
数学 5 …… 6
数学 6 …… 7
数学 7 …… 9
数学 8 …… 11
数学 9 …… 12

問題のタイトル部分（例：1　正の数・負の数），及び，概要等の表組み部分（問題番号，問題の概要，出題の趣旨，学習指導要領の領域，評価の観点，問題形式）は，国立教育政策研究所による「解説資料」からの引用です。

平成31年度　全国学力・学習状況調査について

平成31年4月に，中学校第3学年の全生徒を対象とした標記の調査が，前年度に引き続き行われました。数学に関する調査は，これまで主として「知識」に関する「問題A」と，主として「活用」に関する「問題B」で構成されていましたが，今回は，「知識」と「活用」が一体となった問題となっていて，従来とは傾向が大きく変わりました。これは，新学習指導要領で「主体的･対話的で深い学び」を強調していることから，「資質・能力の柱」である「知識・技能」「思考力・判断力・表現力」「学びに向かう力・人間性」を一体的に捉えたことによるものと考えられます。そのため，出題総数は小問で数えると16題で，昨年の出題数（同50題）に比べると随分少なくなっています。

今回の調査問題の枠組みで特徴的なのは，数学の問題発見・解決における局面として，「事象における問題を数学的に捉えること」「問題解決に向けて，構想・見通しを立てることで焦点化した数学の問題を解決すること」「問題解決の過程や結果を振り返って考察すること」の三つを挙げていることです。また，各局面には，数個の「数学的なプロセス」（全部で17個）が示され，この枠組みにそって出題の趣旨を明記した問題が作成されています。この「数学的なプロセス」は，日頃の授業における強調すべき数学的な考察・処理の例としても参考になるものです。

調査問題全体の傾向として読み取れることを三点挙げておきます。まず，一つ目は，従前の調査の結果を踏まえて，類問が継続的に出題（過去6回～9回）され，生徒の学習状況の変化を捉えようとしています。具体的には，連立方程式を解くこと（2：9回出題），確率を求めること（5：8回出題），証明の根拠となる合同条件を指摘すること（7(1)：6回出題）などで，これらは基礎的・基本的な問題であるにもかかわらず，これまで正答率が80％を超えたことがほとんどなく，年度によって正答率に差が見られる問題です。

二つ目は，「問題解決の過程や結果を振り返って考察する」という局面を意識した問題がいくつか見られます。例えば，7の(2)(3)は，条件変えをきっかけとして考察する問題で，反例を挙げたり新たな命題を見いだしそれを数学的に表現させたりしています。また，9では，第三者の説明を読み取り，そこで見つけた性質などを考察し，その考察から条件変えをきっかけとして新たな問題を見いだし，発展的・統合的に考察させています。これらは，学習指導要領で強調されている数学的活動の「意味付け・振り返り」にかかわる力をみようとしています。

三つ目は，日常や社会の事象を考察するきっかけとして，図書だよりや冷蔵庫の購入が題材として扱われていて，現実の世界での数学の活用が強調されています。特に，資料の読み取りの過程で他者の読み取りが誤っていることを指摘する問題（8(2)）は，批判的な考察ができるかどうかをみようとしています。

全体の傾向として示した三つの点は，学習指導要領の趣旨に沿った問題づくりの視点として重要なものと考えられますが，日頃の授業の工夫・改善にも生かせる視点であると考えます。

本冊子は，学力調査の各問題と啓林館教科書の記述内容・方法との関連についてまとめています。これをもとに，学力調査問題の出題趣旨と問題との関係や，学習指導要領の目標や内容に沿った適切な評価方法を読み取ってください。また，教科書に沿った授業展開をすることによって，今求められている学力が高められることを実感していただき，教員相互の授業展開の仕方を振り返ったり，各学校で抱える課題を克服したりするためのきっかけとして，本冊子をご活用いただけると幸いです。

啓林館教科書編集委員会

参考文献
1）『平成31年度　全国学力・学習状況調査　解説資料　中学校数学』国立教育政策研究所　教育課程研究センター

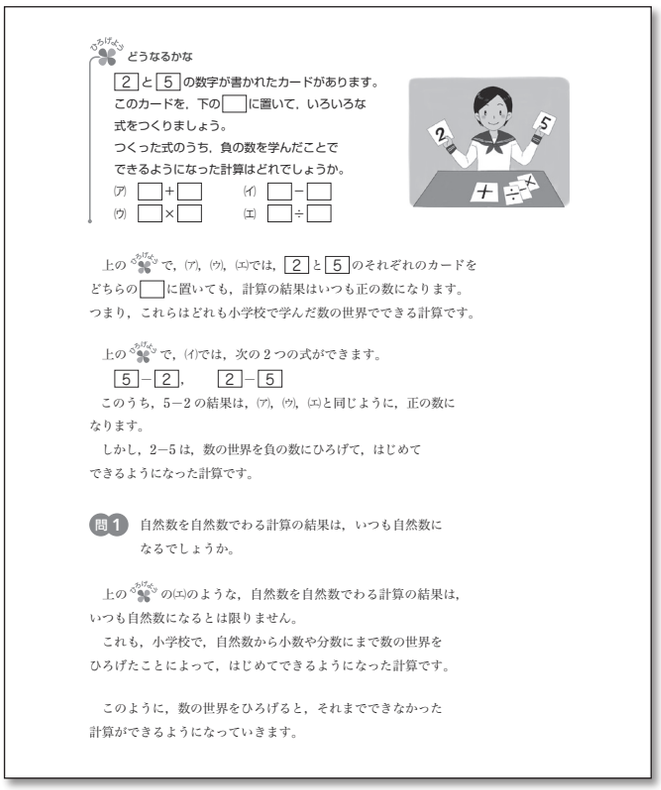
1　正の数・負の数

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1		a と b が正の整数のとき，四則計算の結果が正の整数になるとは限らないものを選ぶ	数の集合と四則計算の可能性について理解している	数と式	知・理	選択

◎教科書との関連

1年 p.45　正の数・負の数「数の世界のひろがりと四則計算」問❶で，自然数 ÷ 自然数の結果が自然数になるかどうかを考え，p.46 ひろげよう「どうなるかな」で自然数の集合，整数の集合，数全体の集合それぞれについて，加減乗除の計算ができるかどうかまとめています。

▼ 1年 p.45



ひろげよう　どうなるかな

2 と 5 の数字が書かれたカードがあります。このカードを，下の□に置いて，いろいろな式をつくりましょう。
つくった式のうち，負の数を学んだことでできるようになった計算はどれでしょうか。

(ア) □＋□　　(イ) □－□
(ウ) □×□　　(エ) □÷□

上のひろげようで，(ア)，(ウ)，(エ)では，2 と 5 のそれぞれのカードをどちらの□に置いても，計算の結果はいつも正の数になります。つまり，これらはどれも小学校で学んだ数の世界でできる計算です。

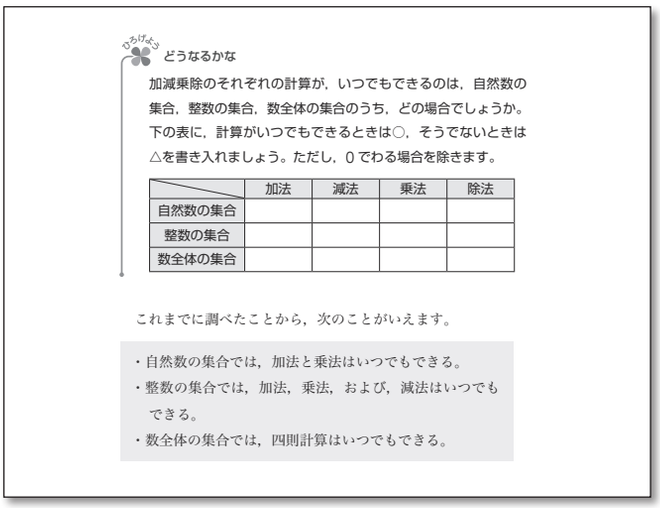
上のひろげようで，(イ)では，次の2つの式ができます。
5－2，　2－5
このうち，5－2の結果は，(ア)，(ウ)，(エ)と同じように，正の数になります。
しかし，2－5は，数の世界を負の数にひろげて，はじめてできるようになった計算です。

問1　自然数を自然数でわる計算の結果は，いつも自然数になるでしょうか。

上のひろげようの(エ)のような，自然数を自然数でわる計算の結果は，いつも自然数になるとは限りません。
これも，小学校で，自然数から小数や分数にまで数の世界をひろげたことによって，はじめてできるようになった計算です。

このように，数の世界をひろげると，それまでできなかった計算ができるようになっていきます。

▼ 1年 p.46



ひろげよう　どうなるかな

加減乗除のそれぞれの計算が，いつでもできるのは，自然数の集合，整数の集合，数全体の集合のうち，どの場合でしょうか。
下の表に，計算がいつでもできるときは○，そうでないときは△を書き入れましょう。ただし，0でわる場合を除きます。

	加法	減法	乗法	除法
自然数の集合				
整数の集合				
数全体の集合				

これまでに調べたことから，次のことがいえます。

・自然数の集合では，加法と乗法はいつでもできる。
・整数の集合では，加法，乗法，および，減法はいつでもできる。
・数全体の集合では，四則計算はいつでもできる。

◎誤答の例と指導のポイント

イ，ウ，エ…a と b が正の整数のときの四則計算において，和だけが正の整数になると捉えたと考えられます。

ポイント　$a>b$ の場合，$a<b$ の場合に分けて，具体的な数を a，b に代入して計算してみるよう指導しましょう。

2　連立二元一次方程式

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2		連立二元一次方程式 $\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=x-5 \end{cases}$ を解く	簡単な連立二元一次方程式を解くことができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

2年 p.38－45　連立方程式「連立方程式の解き方」で，加減法・代入法を使った解き方を学習し，また，p.53「2章の章末問題」大問❶❷で，確認問題を示し，定着を図っています。

▼ 2年 p.39

問1　次の連立方程式を，左辺どうし，右辺どうしを，それぞれひいて解きなさい。

(1) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-3y=-3 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ 4x-y=-3 \end{cases}$

連立方程式で，左辺どうし，右辺どうしを，それぞれたして，文字を消去することができる場合もあります。

例1　2つの式をたして解くこと

$\begin{cases} 2x+y=7 & \cdots\cdots① \\ 5x-y=14 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①と②の両辺をたすと，$7x=21$

$x=3$

この値を，①の x に代入すると，$6+y=7$

$y=1$

よって，この連立方程式の解は，$(x,\ y)=(3,\ 1)$

$$\begin{array}{rr} & 2x+y=7 \\ +) & 5x-y=14 \\ \hline & 7x\quad\ =21 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & A\ =\ B \\ +) & C\ =\ D \\ \hline & A+C\ =\ B+D \end{array}$$

連立方程式を解くのに，左辺どうし，右辺どうしを，それぞれ，たすかひくかして，1つの文字を消去する方法を**加減法**（かげんほう）といいます。

問2　次の連立方程式を，加減法で解きなさい。

(1) $\begin{cases} 6x-y=22 \\ 6x+5y=-2 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 3x-2y=19 \\ 5x+2y=21 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x+y=2 \\ -x+y=-1 \end{cases}$

▼ 2年 p.41

■ 代入法

1つの文字を消去するのに，加減法とは別の方法があります。

例3　式を代入して解くこと

$\begin{cases} y=x-2 & \cdots\cdots① \\ 5x+3y=18 & \cdots\cdots② \end{cases}$

数の代入と同じように，②の y に①の $x-2$ を代入して，

$5x+3(x-2)=18$

これを解くと，$x=3$

この値を，①の x に代入して，$y=1$

よって，$(x,\ y)=(3,\ 1)$

$y=x-2$
$5x+3y=18$
↓ 代入する
$5x+3(x-2)=18$

このように，代入によって1つの文字を消去する方法を**代入法**（だいにゅうほう）といいます。

問5　次の連立方程式を，代入法で解きなさい。

(1) $\begin{cases} 9x-2y=12 \\ y=3x \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=-5y+4 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

▼ 2年 p.53

1　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=-2 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x+6y=3 \\ 6x+3y=4 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} 4x-3y=50 \\ 3x-2y=50 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y=3x-5 \\ x+y=7 \end{cases}$　(5) $\begin{cases} y=2x+3 \\ y=6x-1 \end{cases}$　(6) $\begin{cases} 10=5a+b \\ 1=2a+b \end{cases}$

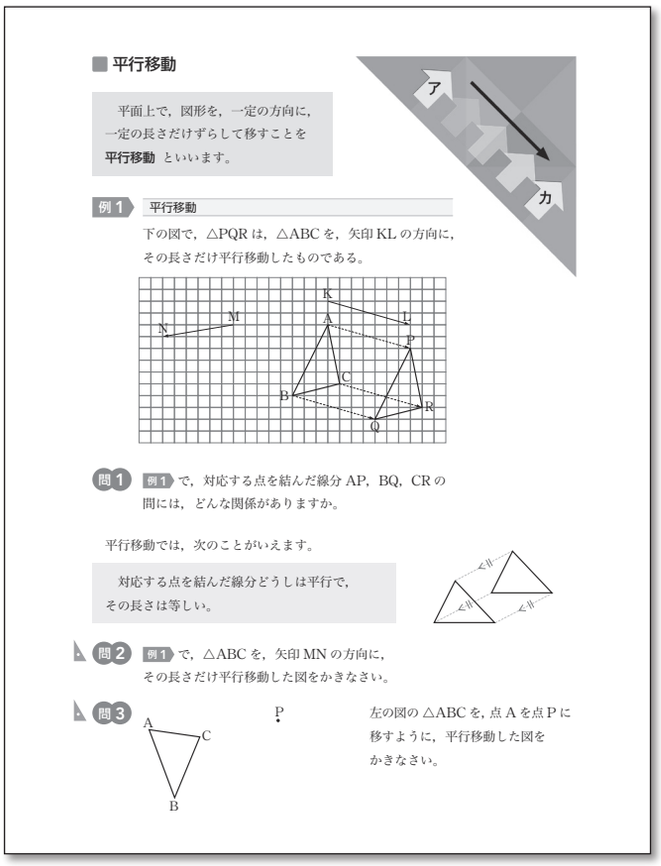
3　平面図形

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3		△ABC を，矢印の方向に △DEF まで平行移動したとき，移動の距離を求める	平行移動の意味を理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

1年 p.144　平面図形「図形の移動」で平行移動の定義を示し，問❶で，もとの図形と平行移動した図形との間の関係について問う問題を扱っています。

▼ 1年 p.144



■ 平行移動

平面上で，図形を，一定の方向に，一定の長さだけずらして移すことを **平行移動** といいます。

例1　平行移動

下の図で，△PQR は，△ABC を，矢印 KL の方向に，その長さだけ平行移動したものである。

問1　例1 で，対応する点を結んだ線分 AP，BQ，CR の間には，どんな関係がありますか。

平行移動では，次のことがいえます。

対応する点を結んだ線分どうしは平行で，その長さは等しい。

問2　例1 で，△ABC を，矢印 MN の方向に，その長さだけ平行移動した図をかきなさい。

問3

左の図の △ABC を，点 A を点 P に移すように，平行移動した図をかきなさい。

◎誤答の例と指導のポイント

4 … 移動前の図形 △ABC の点 C に対応する点を，移動後の図形 △DEF の点 E と捉え，線分 CE の長さを移動の距離として求めたと考えられます。

ポイント　三角形を平行移動させて，ある点に着目し，対応する点がどれかを考えさせたり，移動距離を測ったりするなどの作業を取り入れることが大切です。

4　比例，反比例

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4		反比例の表から式を求める	反比例の表から，x と y の関係を式で表すことができる	関数	技能	短答

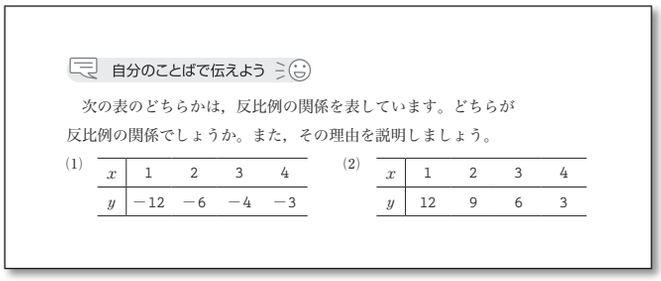
◎教科書との関連

1年 p.121－123　変化と対応「反比例の式」で，反比例の性質を扱っています。

また，p.122「自分のことばで伝えよう」で，表から反比例の関係かどうか判断し，理由を説明する活動を取り入れています。

さらに，p.123　例題1，問❸で反比例の式を求めています。

▼ 1年 p.122



自分のことばで伝えよう

次の表のどちらかは，反比例の関係を表しています。どちらが反比例の関係でしょうか。また，その理由を説明しましょう。

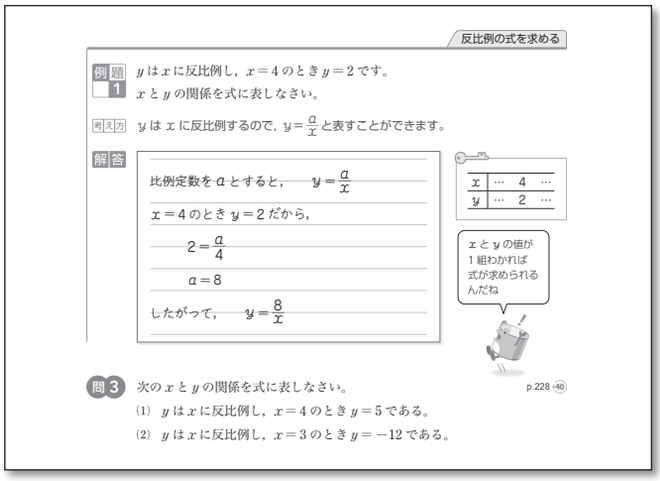
(1)

x	1	2	3	4
y	-12	-6	-4	-3

(2)

x	1	2	3	4
y	12	9	6	3

▼ 1年 p.123



反比例の式を求める

例題 1　y は x に反比例し，$x=4$ のとき $y=2$ です。
x と y の関係を式に表しなさい。

考え方　y は x に反比例するので，$y=\frac{a}{x}$ と表すことができます。

解答

比例定数を a とすると，　$y=\frac{a}{x}$

$x=4$ のとき $y=2$ だから，

$2=\frac{a}{4}$

$a=8$

したがって，　$y=\frac{8}{x}$

x	…	4	…
y	…	2	…

x と y の値が1組わかれば式が求められるんだね

問3　次の x と y の関係を式に表しなさい。　p.228 40

(1)　y は x に反比例し，$x=4$ のとき $y=5$ である。

(2)　y は x に反比例し，$x=3$ のとき $y=-12$ である。

◎誤答の例と指導のポイント

$-\frac{x}{6}$ …比例定数を $-\frac{1}{6}$ として，比例の式を表したと考えられます。

ポイント　反比例の関係を，p.120－121 の長方形の面積を使う等して，もう一度捉えなおすように指導することが必要です。

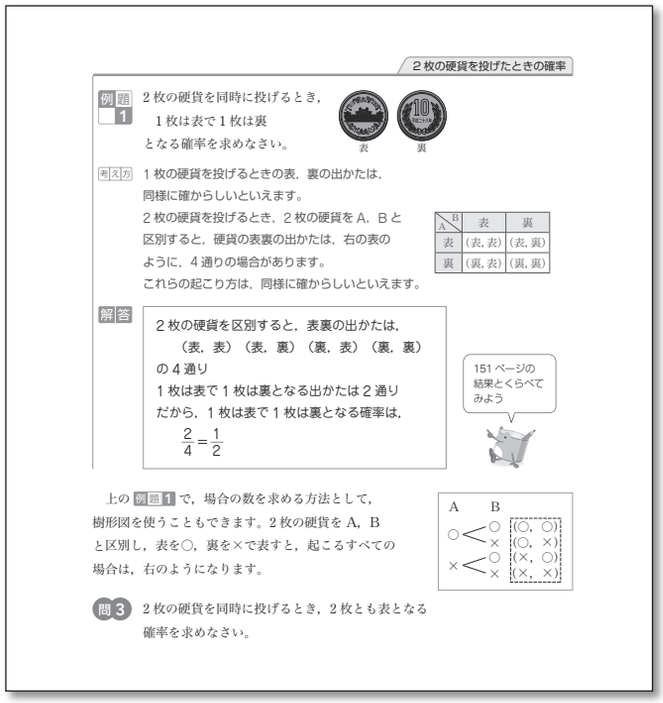
5　確率

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5		2枚の10円硬貨を同時に投げるとき，2枚とも表の出る確率を求める	簡単な場合について，確率を求めることができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

2年 p.158　確率「いろいろな確率」例題1で，2枚の硬貨を投げたときの確率の求め方を学習，問❸で確認問題を扱っています。

▼ 2年 p.158



2枚の硬貨を投げたときの確率

例題 1　2枚の硬貨を同時に投げるとき，1枚は表で1枚は裏となる確率を求めなさい。

表　裏

考え方　1枚の硬貨を投げるときの表，裏の出かたは，同様に確からしいといえます。
2枚の硬貨を投げるとき，2枚の硬貨をA，Bと区別すると，硬貨の表裏の出かたは，右の表のように，4通りの場合があります。
これらの起こり方は，同様に確からしいといえます。

A＼B	表	裏
表	(表, 表)	(表, 裏)
裏	(裏, 表)	(裏, 裏)

解答　2枚の硬貨を区別すると，表裏の出かたは，
（表，表）（表，裏）（裏，表）（裏，裏）
の4通り
1枚は表で1枚は裏となる出かたは2通りだから，1枚は表で1枚は裏となる確率は，
$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

151ページの結果とくらべてみよう

上の 例題 1 で，場合の数を求める方法として，樹形図を使うこともできます。2枚の硬貨をA，Bと区別し，表を○，裏を×で表すと，起こるすべての場合は，右のようになります。

A　B
○ < ○ (○，○)
　　× (○，×)
× < ○ (×，○)
　　× (×，×)

問3　2枚の硬貨を同時に投げるとき，2枚とも表となる確率を求めなさい。

◎誤答の例と指導のポイント

$\frac{1}{3}$ … 硬貨の表と裏の出方は，「2枚とも表」，「1枚が表で1枚が裏」，「2枚とも裏」の3通りで，2枚とも表の出る出方は1通りであると捉えたと考えられます。

ポイント　p.158の「考え方」で示したように，2枚の硬貨を区別する必要があることをおさえましょう。
そして，起こる場合が4通りあり，その起こり方は同様に確からしいことを確認するとよいでしょう。
「自分のことばで伝えよう」を使って，考えの誤りを説明させることも有効だと考えます。

6　事象の数学的な解釈と問題解決の方法（冷蔵庫）

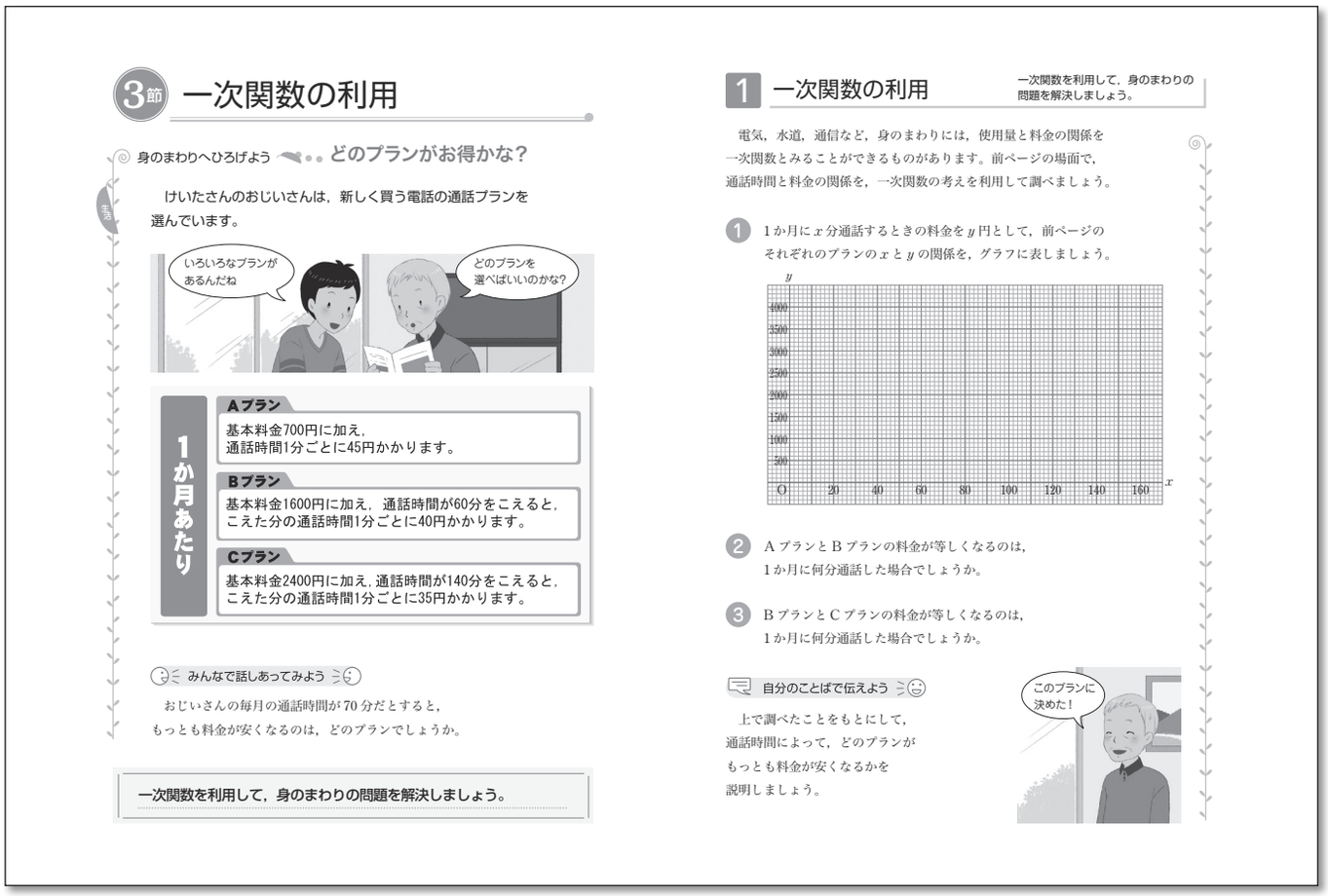
問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	(1)	冷蔵庫Aの使用年数と総費用の関係を表すグラフについて，点Pのy座標と点Qのy座標の差が表すものを選ぶ	グラフ上の点Pのy座標と点Qのy座標の差を，事象に即して解釈することができる	関数	考え方	選択
	(2)	冷蔵庫Bと冷蔵庫Cについて，式やグラフを用いて，2つの総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明する	事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

2年 p.80－81　一次関数「一次関数の利用」どのプランがお得かな？で，一次関数を利用して，身のまわりの問題を解決する問題を扱っています。

また，2年 Math Navi ブック p.14－15「東京オリンピックの記録を予想しよう」で，グラフと式を使って記録の予想をしています。

▼ 2年 p.80-81



3節　一次関数の利用

身のまわりへひろげよう　どのプランがお得かな？

けいたさんのおじいさんは，新しく買う電話の通話プランを選んでいます。

1か月あたり

Aプラン
基本料金700円に加え，通話時間1分ごとに45円かかります。

Bプラン
基本料金1600円に加え，通話時間が60分をこえると，こえた分の通話時間1分ごとに40円かかります。

Cプラン
基本料金2400円に加え，通話時間が140分をこえると，こえた分の通話時間1分ごとに35円かかります。

みんなで話しあってみよう

おじいさんの毎月の通話時間が70分だとすると，もっとも料金が安くなるのは，どのプランでしょうか。

一次関数を利用して，身のまわりの問題を解決しましょう。

1　一次関数の利用

一次関数を利用して，身のまわりの問題を解決しましょう。

電気，水道，通信など，身のまわりには，使用量と料金の関係を一次関数とみることができるものがあります。前ページの場面で，通話時間と料金の関係を，一次関数の考えを利用して調べましょう。

1 1か月にx分通話するときの料金をy円として，前ページのそれぞれのプランのxとyの関係を，グラフに表しましょう。

2 AプランとBプランの料金が等しくなるのは，1か月に何分通話した場合でしょうか。

3 BプランとCプランの料金が等しくなるのは，1か月に何分通話した場合でしょうか。

自分のことばで伝えよう

上で調べたことをもとにして，通話時間によって，どのプランがもっとも料金が安くなるかを説明しましょう。

▼ 2年 Math Navi ブック p.14-15

学びをいかそう

3章 東京オリンピックの記録を予想しよう

2020年のオリンピックは東京でおこなわれることが決定しています。夏季オリンピックとしては56年ぶりに日本でおこなわれるこの大会。どんな記録が誕生するのか，ゆうとさんはいまから楽しみにしています。

過去の記録から，2020年の東京オリンピックの陸上100mの優勝記録を予想できないかな？

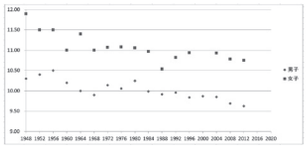
オリンピック陸上100mの優勝記録（秒）

開催年（開催地）	男子	女子
1948（ロンドン）	10.3	11.9
1952（ヘルシンキ）	10.4	11.5
1956（メルボルン）	10.5	11.5
1960（ローマ）	10.2	11.0
1964（東京）	10.0	11.4
1968（メキシコシティ）	9.9	11.0
1972（ミュンヘン）	10.14	11.07
1976（モントリオール）	10.06	11.08
1980（モスクワ）	10.25	11.06
1984（ロサンゼルス）	9.99	10.97
1988（ソウル）	9.92	10.54
1992（バルセロナ）	9.96	10.82
1996（アトランタ）	9.84	10.94
2000（シドニー）	9.87	—
2004（アテネ）	9.85	10.93
2008（北京）	9.69	10.78
2012（ロンドン）	9.63	10.75

1948年以降の記録。2000年女子は優勝者失格のため記録なし。

東京オリンピック陸上100mの優勝記録は予想できる？

記録の変化のようす



右の図は，1948年から2012年までのオリンピック陸上100mの記録を，表計算ソフトを使ってグラフに表したものです。

これらの点が一直線上に並んでいるものと考えて，2020年の記録がどうなるかを予想してみます。

これらの点のなるべく近くを通る直線として，

男子は，1972年（10.14秒）と2008年（9.69秒）

女子は，1976年（11.08秒）と2008年（10.78秒）

の記録を表す点を結んだ直線で考えてみることにします。

記録の変化を表す式を求める

開催年を西暦 x 年，記録を y 秒として，上の2組の記録から，x と y の関係を表す式を求めると，次のようになります。

男子　$y=-0.012500x+34.790$

女子　$y=-0.009375x+29.605$

式を使って優勝記録を予想する

それぞれの式の x に，東京オリンピックがおこなわれる年の2020を代入すると，

男子　$y=-0.012500\times2020+34.790=9.5400$（秒）

女子　$y=-0.009375\times2020+29.605=10.6675$（秒）

2020年の東京オリンピック陸上100mでは，

男子は9.54秒，　女子は10.67秒

という優勝記録になると予想できます。

この関数を使うと，男子の記録が9秒をきるのは2064年ごろ，女子の記録が10秒をきるのは2092年ごろという予想になるよ

感想　いつまでも記録がよくなり続けることはありえないと思うけれど，関数を使って考えると，未来のことがある程度予測できるので，とてもおもしろいと思いました。予想と近い結果になるのか，いまから楽しみです。

◎誤答の例と指導のポイント

⑵ イを選択（方法）2つのグラフをかいて考える … グラフを用いることだけで終わっていて，「2つのグラフの交点の座標を読みとる」という記述が必要であることに気付いていないと考えられます。

ポイント　問題解決の方法を数学的に説明する場合，何をどのように用いるかなど，具体的に書く必要があることをおさえておきましょう。そのためには，条件を変えて問題をつくったり，日常的に「どのように求めたのか？」などと問いかけて説明するなどの活動を取り入れて，生徒自ら考えられるようにしていきましょう。

7　証明することや反例をあげることを通して，統合的・発展的に考察すること（四角形の条件変え）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
7	(1)	証明で用いられている三角形の合同条件を書く	証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解している	図形	知・理	短答
	(2)	ある予想に対して与えられた図が反例となっていることの説明として正しいものを選ぶ	反例の意味を理解している	図形	知・理	選択
	(3)	四角形ABCDがどのような四角形であれば，AF＝CEになるかを説明する	結論が成り立つための前提を考え，新たな事柄を見いだし，説明することができる	図形	考え方	記述

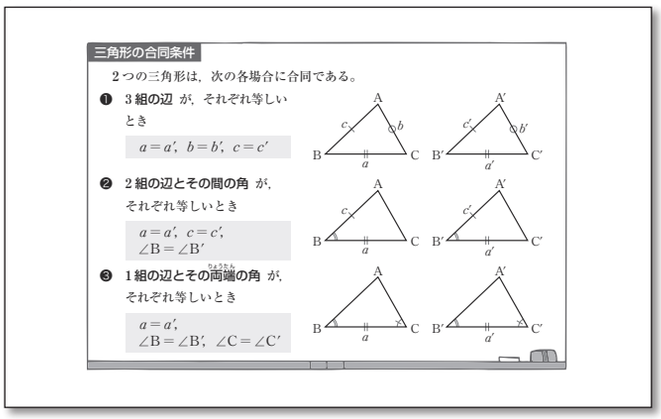
◎教科書との関連

(1) 2年 p.104－105　図形の調べ方「三角形の合同」で，三角形の合同条件をまとめています。
また，問❹，問❺，p.106 練習問題①，p.111 問❸で使った合同条件を問う問題を扱っています。

(2) 2年 p.125－126　図形の性質と証明「逆」問❻で，ことがらの逆を述べる問題，問❼で，ことがらの逆を述べ，その反例を示す問題を扱っています。

(3) 2年 p.140－141　図形の性質と証明「長方形，ひし形，正方形」で，平行四辺形に条件を付加していくと長方形やひし形になることを調べています。
また，p.192－193　ひろがる数学「問題をつくり変える」で，条件をいろいろと変えて新しい問題をつくると，はじめの問題の結論が成り立つかどうか考えています。

▼ 2年 p.105


三角形の合同条件

2つの三角形は，次の各場合に合同である。

❶ 3組の辺 が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$b=b'$，$c=c'$

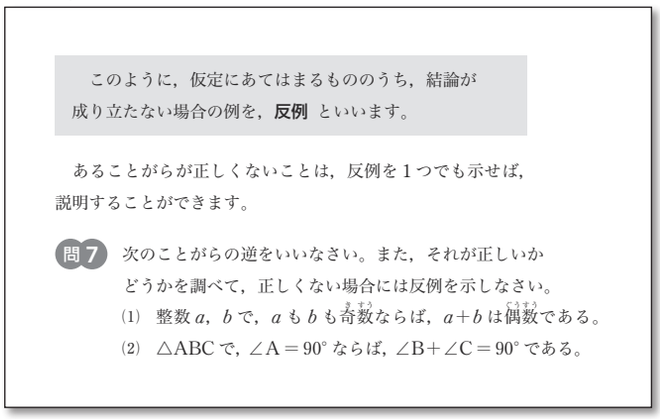
❷ 2組の辺とその間の角 が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$c=c'$，$\angle B=\angle B'$

❸ 1組の辺とその両端の角 が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$

▼ 2年 p.126


このように，仮定にあてはまるもののうち，結論が成り立たない場合の例を，**反例** といいます。

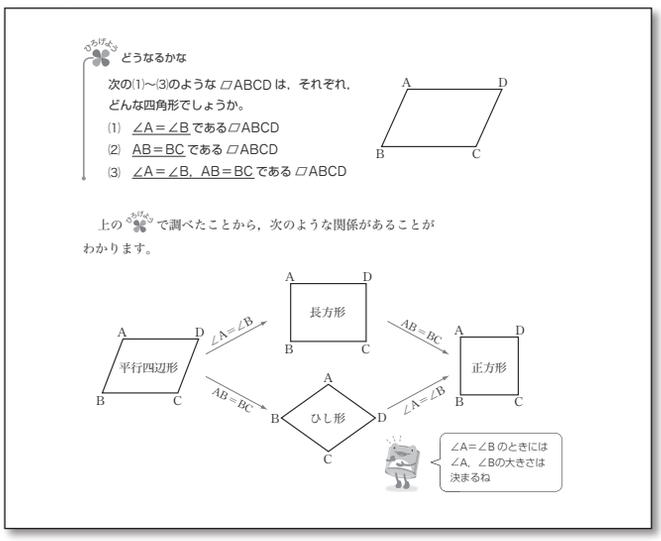
あることがらが正しくないことは，反例を1つでも示せば，説明することができます。

問7　次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しいかどうかを調べて，正しくない場合には反例を示しなさい。

(1)　整数 a，b で，a も b も奇数ならば，$a+b$ は偶数である。

(2)　△ABC で，$\angle A=90°$ ならば，$\angle B+\angle C=90°$ である。

▼ 2年 p.141


ひろげよう　どうなるかな

次の(1)～(3)のような ▱ABCD は，それぞれ，どんな四角形でしょうか。

(1)　∠A＝∠B である▱ABCD

(2)　AB＝BC である ▱ABCD

(3)　∠A＝∠B，AB＝BC である ▱ABCD

上の ひろげよう で調べたことから，次のような関係があることがわかります。

▼ 2年p.192-193

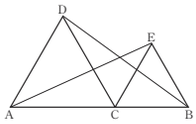
ひろがる数学　問題をつくり変える

p.120 ～ p.141　図形の性質と証明

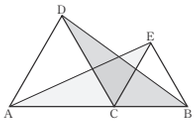
みなさんは，これまでにいろいろな問題を考えてきました。それらの問題に示されている条件の一部を変えることで，新しい問題をつくることができます。そして，その問題を考えることで，新しい性質などを発見できることがあります。

まず，次の問題を考えてみましょう。

線分 AB 上に点 C をとり，AC，CB を，それぞれ 1 辺とする正三角形 △ACD，△CBE を AB の同じ側につくると，
AE＝DB
である。



1 次の□をうめて，上の問題の証明を完成させましょう。



△ACE と △DCB で，
△ACD は正三角形だから，
AC＝DC　……①
△BCE は□だから，
CE＝□　……②
正三角形の 1 つの内角は 60°だから，
∠ACD＝∠BCE　……③
③の両辺に∠□を加えると，
∠ACE＝∠□　……④
①，②，④から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ACE≡△DCB
よって，　AE＝DB

前ページの問題の仮定と結論は，次のようになります。

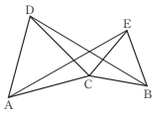
【仮定】 ㋐ 点 C は線分 AB 上にある。
㋑ △ACD，△CBE は正三角形である。
㋒ 点 D，E は直線 AB の同じ側にある。

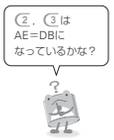
【結論】 AE＝DB

前ページの問題で，条件をいろいろと変えて，新しい問題をつくり，AE＝DB が成り立つかどうかを考えましょう。

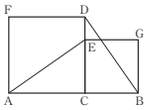
ICTの窓
コンピュータを使うと，条件をいろいろ変えた場合の図を調べることができます。

2 仮定㋐の「線分 AB 上にある」を「線分 AB 上にない」に変える。

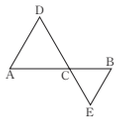


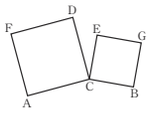


3 仮定㋑の「正三角形」を「正方形」に変える。



4 仮定㋐，㋑，㋒をいろいろと変えて，新しい問題をつくってみましょう。
また，結論が成り立つかどうかを調べてみましょう。





自由研究の窓
条件がえ
教科書などから，図形の性質などを証明する問題を選んで，その条件をいろいろと変えてみましょう。
また，その問題の結論はどうなるかを調べてみましょう。

◎誤答の例と指導のポイント

(1) 2 組の辺と 1 組の角 … 2 組の辺と 1 組の角が等しい 2 つの三角形は，いつでも合同であると捉えていると思われます。

(3) 四角形 ABCD が長方形ならば，AF＝CE になる … 正方形と同じように 4 つの角が直角である長方形だと成り立つと考えたと思われます。

ポイント 条件を変えた図形をいろいろとかいて考えたり，動かしたりする活動を取り入れ，実感させることが大切です。その際に ICT を利用することも有効でしょう。

8　分布の傾向を読み取り，批判的に考察し判断すること（図書だより）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
8	(1)	読んだ本の冊数と人数の関係をまとめた表から，読んだ本の冊数の最頻値を求める	資料を整理した表から最頻値を読み取ることができる	資料の活用	知・理	短答
	(2)	「1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多い」という考えが適切ではない理由を，ヒストグラムの特徴を基に説明する	資料の傾向を的確に捉え，判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる	資料の活用	考え方	記述
	(3)	図書だよりの下書きに書かれているわかったことの根拠となる値として適切なものを選ぶ	問題解決をするためにどのような代表値を用いるべきかを判断することができる	資料の活用	考え方	選択

◎教科書との関連

1年 p.208－211　資料の活用「代表値と散らばり」で，平均値，中央値，最頻値とその特徴を学習し，「みんなで話しあってみよう」で，どの選手を選ぶか説明する活動を取り入れ，p.212「分布の形と代表値」で，ヒストグラムと代表値の関係について調べています。

また，P.218－220「調べたことをまとめ，発表しよう」で，目的にあわせて資料を収集したり，まとめ方などの具体例を示しています。

さらに，p.222「7章の章末問題」大問❷で，ヒストグラムと代表値の関係について確認する問題を扱っています。

ポイント　日常生活や社会の事象を考察するために，目的に応じて資料やグラフを的確に作成したり，読みとったりし，資料の傾向を捉え判断できるような場面を設定していきましょう。

▼ 1年 p.210

問4　あるクラスで，大なわとびを20回おこなったところ，跳んだ回数は，次のようになりました。
この20回の記録の最頻値を求めなさい。
15，11，14，17，20，8，11，6，14，8，
10，12，16，18，14，10，14，8，6，14

▼ 1年 p.211

みんなで話しあってみよう

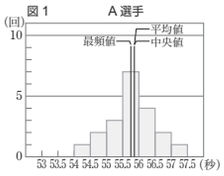
これまでに調べたことから，あなたなら，208ページのA選手，B選手のどちらを出場選手にしますか。
また，その理由を説明しましょう。

▼ 1年 p.212

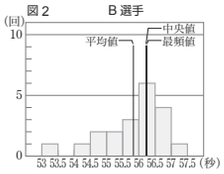
■ 分布の形と代表値

ヒストグラムで表された分布の形と，平均値，中央値，最頻値との関係を見てみましょう。

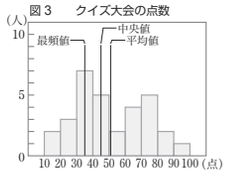
208ページのA選手の記録をヒストグラムに表すと，右の図1のように，ほぼ左右対称な山の形になっています。このようなときには，平均値，中央値，最頻値はすべて近い値になります。

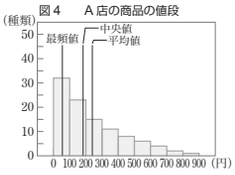


また，208ページのB選手の記録をヒストグラムに表すと，右の図2のようになります。平均値は，A選手の平均値とほぼ同じですが，ヒストグラムは左に長くすそをひいていて，中央値と最頻値は，平均値よりも大きな値になっています。



上のA選手，B選手の記録のような分布の形以外にも，下の図3のような，山が2つの形や，図4のような，右に長くすそをひく形の分布になる場合もあります。





このような違いにも注意して，代表値は目的にあったものを選ぶことがたいせつになります。

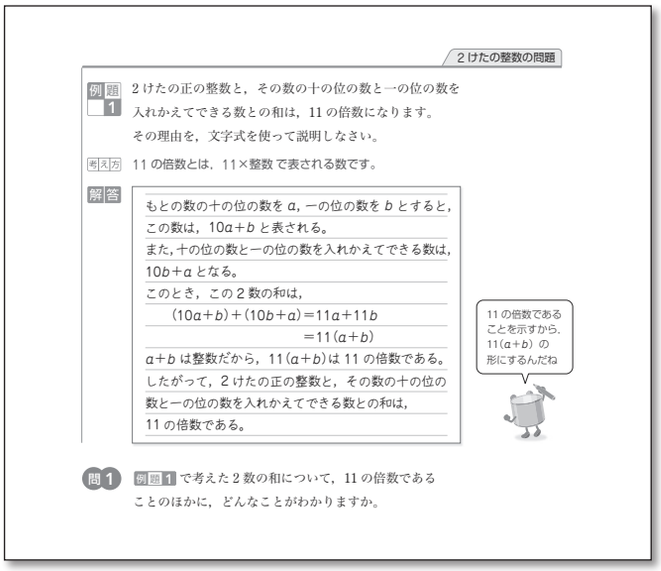
9　説明を振り返り，統合的・発展的に考察すること（連続する奇数の和）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
9	(1)	説明をよみ，$6n+9$ を $3(2n+3)$ に変形する理由を完成する	与えられた説明を振り返って考え，式変形の目的を捉えることができる	数と式	考え方	短答
	(2)	連続する5つの奇数の和が中央の奇数の5倍になることの説明を完成する	事柄が成り立つ理由を説明することができる	数と式	考え方	記述
	(3)	連続する4つの奇数の和が $4(2n+4)$ で表されたとき，$2n+4$ はどんな数であるかを選ぶ	統合的・発展的に考察し，得られた数学的な結果を事象に即して解釈することができる	数と式	考え方	選択

◎教科書との関連

2年 p.26－28　式の計算「文字式の利用」例題1で，整数の性質を文字を使って説明する活動を取り上げています。また，p.32「1章の章末問題」大問❾，p.182　ひろがる数学「連続する10個の自然数の和」で，自然数の和の性質について説明する活動を取り入れています。

▼ 2年 p.26


2けたの整数の問題

例題1　2けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は，11の倍数になります。
その理由を，文字式を使って説明しなさい。

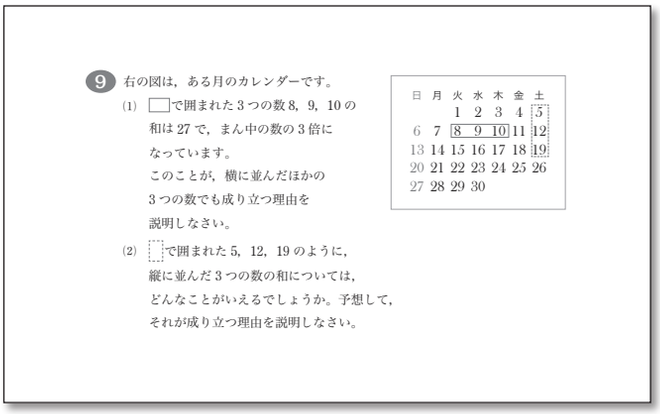
考え方　11の倍数とは，11×整数で表される数です。

解答
もとの数の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，
この数は，$10a+b$ と表される。
また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，
$10b+a$ となる。
このとき，この2数の和は，
$(10a+b)+(10b+a)=11a+11b$
$=11(a+b)$
$a+b$ は整数だから，$11(a+b)$ は11の倍数である。
したがって，2けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は，
11の倍数である。

11の倍数であることを示すから，$11(a+b)$ の形にするんだね

問1　例題1で考えた2数の和について，11の倍数であることのほかに，どんなことがわかりますか。

▼ 2年 p.32


9　右の図は，ある月のカレンダーです。
(1)　□で囲まれた3つの数8，9，10の和は27で，まん中の数の3倍になっています。
このことが，横に並んだほかの3つの数でも成り立つ理由を説明しなさい。
(2)　⬚で囲まれた5，12，19のように，縦に並んだ3つの数の和については，どんなことがいえるでしょうか。予想して，それが成り立つ理由を説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

◎誤答の例と指導のポイント

(3) ア … $2n+4$ が偶数を表していることを捉えられなかったと考えられます。

ポイント　整数や偶数，奇数，連続する数を表したり，文字式で表されたものに具体的な数を代入して確認したりする場面を取り入れていくとよいでしょう。